

Finite Element Modeling of Lamb Waves Propagation in a Variable Thickness Plate

Nasim Mohammadi¹, Amin Yaghootian^{2*}, Ali Valipour²

1-Master of Mechanical Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz

2-Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz

* a.yaghootian@scu.ac.ir

Abstract

Pipelines are very important in the oil and gas industries and due to their high cost of construction, they are considered as a national asset in Iran. Erosion is known to be one of the most important pipelines damages that leads to the reduction of pipe thickness. Reduction in thickness causes more stress to be concentrated in the pipelines and failure occurs more easily. Ultrasonic tests are one of the methods used to inspect pipelines. Among various ultrasonic testing techniques, Lamb waves have a special place due to their low attenuation. However, the complex behavior of these waves in structures of variable thickness makes it difficult to interpret the data obtained from a test. In this paper, two-dimensional finite element modeling of the behavior of these waves is carried out and the transmission and reflection coefficients in the presence of thickness variations are verified. The results of the study of the effect of changing the erosion depth on the transmitting and reflecting signals indicate that by using Lamb waves, changes in the thickness of a pipe can be monitored. Moreover, the study of changes in the frequency of the signal sent to the plate shows that in some frequency ranges, the S_0 mode shows little sensitivity to changes in thickness. Therefore, the choice of the test frequency in Lamb waves testing is an important step in determining the condition of the structure.

Keywords: Lamb waves, FEM, Erosion, Transmission and Reflection coefficients.

مدل سازی اجزای محدود انتشار امواج لمب در یک ورق با ضخامت متغیر

نسیم محمدی^۱، امین یاقوتیان^{۲*}، علی ولی پور چهارده چریک^۲

۱- کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران اهواز

۲- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران اهواز

* a.yaghootian@scu.ac.ir

چکیده

خطوط لوله، شریان‌های حیاتی در صنعت نفت و گاز بوده و با توجه به هزینه‌ی بسیار زیاد احداث آن‌ها، به عنوان یکی از زیرساخت‌ها و سرمایه‌های ملی هر کشور محسوب می‌گردند. پدیده‌ی سایش از جمله مهم‌ترین عوامل آسیب به خطوط لوله شناخته می‌شود که سبب کاهش ضخامت در نواحی مختلف آن می‌گردد. تغییر ضخامت ایجاد شده، سبب تمرکز بیشتر تنش در خطوط لوله می‌شود و شکست به راحتی رخ می‌دهد. آزمون‌های فراصوتی یکی از روش‌هایی است که در بازرسی خطوط لوله مورد استفاده قرار می‌گیرد. از میان تکنیک‌های مختلف این نوع آزمون، امواج هدایت‌شونده‌ی لمب، به دلیل استهلاک کم در مسیر انتشار، از جایگاه ویژه‌ای برخوردارند؛ اما رفتار پیچیده‌ی این امواج در سازه‌هایی با ضخامت متغیر، کار تفسیر داده‌های به دست آمده از اجرای یک آزمون را دشوار می‌سازد. بررسی رفتار امواج لمب در لوله‌هایی با تغییرات ضخامت امری به مراتب دشوار می‌باشد. از این رو، در پژوهش حاضر، به مدل سازی دوبعدی اجزای محدود رفتار این امواج و بررسی ضرایب عبور و بازتاب در حضور تغییرات ضخامت پرداخته شده است. نتایج بررسی تأثیر تغییر عمق سایش بر سیگنال‌های عبوری و بازتابی حاکی از آن است که با استفاده از تکنیک امواج لمب می‌توان به خوبی تغییرات ضخامت یک قطعه را پایش نمود. همچنین بررسی تغییرات فرکانس سیگنال ارسالی به داخل ورق نشان می‌دهد که در برخی بازه‌های فرکانسی، مود S_0 ایجاد شده جهت برخورد با عیب، حساسیت بسیار کمی به تغییرات ضخامت دارد. بنابراین انتخاب فرکانس مناسب در بازرسی‌های انجام شده توسط امواج لمب گامی مهم در تشخیص وضعیت سازه می‌باشد.

واژگان کلیدی: امواج هدایت شده لمب، مدلسازی اجزای محدود، سایش، ضرایب عبور و بازتاب.

۱- مقدمه

آزمون جریان گردابی^۱، آزمون نشت شار مغناطیسی^۲، آزمون رادیوگرافی و آزمون فراصوتی اشاره کرد. آزمون‌های غیرمخرب فراصوتی یکی از روش‌های پایش سلامت خطوط لوله می‌باشد که روز به روز دامنه‌ی کاربرد آن در صنایع مختلف وسیع تر می‌گردد. از میان این نوع آزمون‌ها، تکنیک امواج هدایت‌شده به دلیل تنوع و توانایی‌های بازرسی آن در ارزیابی و پیش‌بینی عمر سازه‌های دارای طول زیاد، بسیار مهم می‌باشد. یکی از مزایای تکنیک امواج هدایت‌شده در بازرسی‌ها این است که برخلاف سایر روشهای آزمون غیرمخرب و همچنین آزمون‌های متداول فراصوتی، نیازی به حرکت پراب در کل سازه نیست، درحالی که در تکنیک نقطه به نقطه، می‌بایست پراب در کل طول سازه حرکت کند. این امر ارزیابی

وجود ناخالصی‌هایی از نوع ذرات جامد در مایعاتی مانند نفت و گاز، بازرسی خطوط انتقال و تشخیص به موقع مکان و میزان سایش به منظور تخمین عمر لوله‌ها را ناگزیر ساخته است. عدم شناسایی به موقع سایش یا خوردگی در لوله‌های انتقال نفت و گاز، باعث بروز مشکلات متعددی همچون نشتی در مسیر انتقال شده و به تبع آن آلودگی محیط زیست و یا انفجار را در پی داشته است. پایش، تشخیص و اندازه‌گیری هرچه دقیق تر مقدار کاهش ضخامت جداره‌ی لوله، یکی از چالش‌های اساسی در بازرسی‌های خطوط انتقال نفت و گاز می‌باشد. روشهای مختلفی برای شناسایی سایش لوله‌ها به کار گرفته شده است که از میان آنها می‌توان به روشهای غیرمخرب

² Magnetic Flux Leakage (MFL)¹ Eddy current

انتشار آنها به فرکانس وابسته است. این امواج می‌توانند فواصل بسیار طولانی را طی کنند؛ از این رو برای تشخیص عیوب در سازه‌های ورق مانند، به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند. مودهای مختلف انتشار امواج لمب در دسته کلی متقارن و پادمقارن می‌توانند در تمام ضخامت لایه‌ها حرکت کرده و عیوب داخلی را به‌خوبی عیوب سطحی تشخیص دهند. معادلات حاکم بر انتشار امواج لمب، با فرض محیط پیوسته، همگن و الاستیک خطی برای دو مود متقارن و پادمقارن عبارتند از [۷]:

$$\begin{cases} \frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{4k^2(pq)}{(q^2-k^2)^2} & \text{مقارن} \\ \frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{(q^2-k^2)^2}{4k^2(pq)} & \text{پادمقارن} \end{cases} \quad (1)$$

معادلات (۱) را روابط فرکانسی رایلی-لمب^۲ یا دیسپرزین گویند که در آن $q^2 = \frac{\omega^2}{C_T^2} - k^2$ ، $p^2 = \frac{\omega^2}{C_L^2} - k^2$ ، عدد موج و ω فرکانس زاویه‌ای است. همچنین، C_T و C_L به ترتیب سرعت انتشار امواج طولی و عرضی در محیط و h نصف ضخامت ورق یا پوسته است.

این معادلات با استفاده از روش‌های عددی قابل حل بوده و با استفاده از آن‌ها می‌توان سرعت فاز^۳ (c_p) مودهای مختلف موج لمب را برحسب حاصل ضرب فرکانس (f) در ضخامت ورق (d) محاسبه کرد. همچنین با استفاده از سرعت فاز می‌توان سرعت گروه^۴ (c_g) این امواج را برای فرکانسهای مختلف بدست آورد. سرعت گروه، سرعت انتشار دسته‌ای از امواج هدایت‌شده با فرکانس‌های مشابه است که از رابطه (۲) استخراج می‌شود.

$$c_g = c_p^2 \left[c_p - (fd) \frac{dc_p}{d(fd)} \right]^{-1} \quad (2)$$

با استفاده از این روابط و رسم تغییرات سرعت موج به عنوان تابعی از حاصل ضرب فرکانس در ضخامت ورق، نمودارهای پراکندگی یا دیسپرزین^۵ حاصل می‌شوند. هر منحنی بیانگر یک مود خاص است که با علائم S_n و A_n که به ترتیب مودهای متقارن و پادمقارن می‌باشند، نامگذاری می‌شوند.

سازه‌های بلند در شرایط سخت بازرسی را با استفاده از روشی بسیار مؤثر، بدون نگرانی درمورد دسترسی پراب به کل سازه و افزایش مدت زمان بازرسی، ممکن می‌سازد [۱ و ۲]. به‌علاوه مودهای مختلف تولید شده در تکنیک امواج هدایت‌شده دارای حساسیت‌ها و مشخصه‌های صوتی متفاوت بسته به ماده و شکل سازه می‌باشند که این امکان را مهیا می‌سازد که بتوان وضعیت بازرسی را با استفاده از روش انتخاب مود بهینه‌سازی نمود [۳].

در سال‌های اخیر، پژوهش‌های فراوانی در زمینه‌ی امواج فراصوتی هدایت‌شده صورت گرفته است. پراکندگی این امواج در یک سازه‌ی نازک با تغییر ضخامت ناشی از سایش به دلیل فرایند تبدیل مود، بسیار پیچیده‌تر از سازه‌ی با ضخامت ثابت است. از این رو، بررسی انتشار امواج هدایت‌شده در این‌گونه سازه‌ها اهمیت می‌یابد. رز [۴]، چو [۳]، پاکوکس و مورل [۵] انتشار این امواج در ورق‌هایی با تغییر ضخامت ناگهانی را با استفاده از روش المان مرزی دوگانه^۱ بررسی نمودند. تحلیل تئوری پراکندگی این امواج در سازه‌هایی با تغییرات ضخامت، به دلیل پیچیدگی تبدیل مود و هندسه‌ی دلخواه سازه امری دشوار می‌باشد [۳].

در این مقاله، بررسی اثر سایش ورق (جداره لوله) و تاثیر آن بر انتشار امواج لمب مورد توجه قرار گرفته است. نظر به ماهیت پدیده سایش و تغییرات تدریجی ضخامت، نیاز است تا اثرات عمق و طول سایش بر انتشار امواج بررسی شود. از این رو، در این پژوهش، با مدلسازی اجزای محدود دو بعدی انتشار این امواج، پدیده‌های بازتاب و عبور موج از ناحیه سایش ارزیابی می‌شود. بدین منظور، ابتدا فرکانس مناسب تحریک موج براساس روابط تحلیلی انتشار امواج هدایت تعیین می‌شود. سپس، تاثیر پارامترهای هندسی سایش بر ضرایب بازتاب و عبور امواج لمب و تبدیل مود این امواج در اثر برخورد با تغییرات تدریجی ضخامت بررسی می‌شود.

۲- مروری بر تئوری انتشار امواج لمب

امواج لمب دسته‌ای از امواج هدایت‌شده هستند که درون قطعاتی مانند ورق‌ها و پوسته‌ها با دو مرز محدود انتشار می‌یابند [۶]. این امواج از نوع دیسپرسیو بوده و سرعت

⁴ Group Velocity

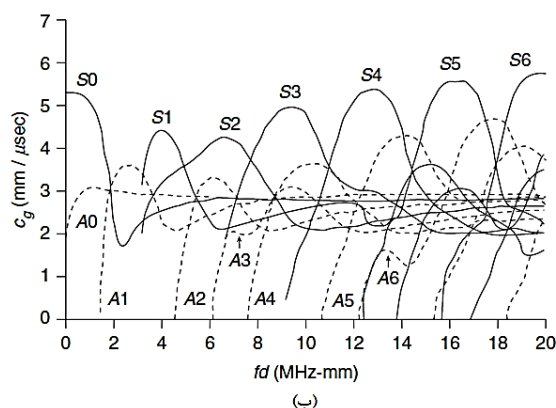
⁵ Dispersion Curves

¹ Hybrid Boundary Element Method

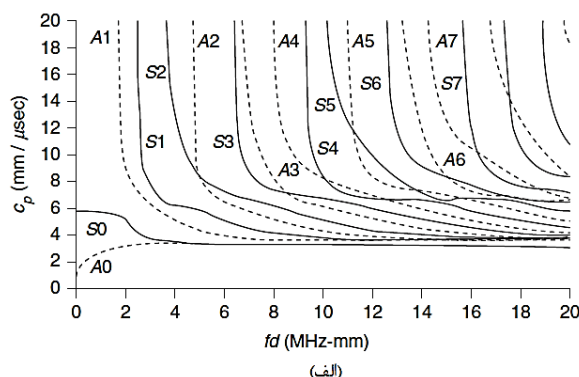
² Rayleigh-Lamb Frequency Relations

³ Phase Velocity

نمودارهای شکل ۱ بهره گرفته می‌شود. همچنین، می‌توان از نمودارهای دیسپرزین برای صحت‌سنجی مدل اجزای محدود استفاده نمود.



این منحنی‌ها برای ورق‌هایی از جنس آلومینیوم در شکل ۱ نشان داده شده‌اند. خصوصیات مکانیکی آلومینیوم در جدول ۱ ذکر شده است. در عمل، برای بدست آوردن فرکانس مناسب جهت تحریک و انتشار مود مورد نظر، از



شکل ۱- نمودار دیسپرزین آلومینیوم. (الف) سرعت فاز، (ب) سرعت گروه [۱]

جدول ۱- خصوصیات مکانیکی آلومینیوم

	چگالی (kg/m ³)	مدول الاستیسیته (GPa)	ضریب پواسون	سرعت موج طولی (km/s)	سرعت موج عرضی (km/s)
آلومینیوم	۲۶۹۰	۶۹/۳۹	۰/۳۴	۶/۳	۳/۱

تحلیل مسائل مربوط به انتشار موج به دلیل حجم محاسبات کمتر، کارایی بیشتری نسبت به روش‌های مودال و انتگرال‌گیری ضمنی دارد [۸]. در روش انتگرال‌گیری صریح، مقدار جابجایی در هر لحظه، به صورت مستقیم از مقادیر سرعت و جابجایی در لحظه‌ی قبل محاسبه می‌شود [۹]. در این مقاله از الگوریتم حل صریح نرم‌افزار آباکوس^۵ جهت مدل‌سازی انتشار موج لمب در ورق‌ها، استفاده شده است.

در روش انتگرال‌گیری صریح، پایداری جواب به دست آمده به تفکیک زمانی و مکانیکی تحلیل و نوع المان انتخاب شده بستگی دارد. جهت اجتناب از ناپایداری عددی در الگوریتم حل صریح نرم‌افزار آباکوس، گام زمانی انتگرال‌گیری (Δt) پیشنهاد شده برابر است با:

$$\Delta t = \frac{L_{min}}{c_L} \quad (3)$$

۳- مدل‌سازی اجزای محدود

در تحلیل مسائل سازه‌ای اگر نیروهای وارده تابعی از زمان باشند، عکس‌العمل سازه نیز تابعی از زمان خواهد بود. در صورتی که فرکانس این نیروها در محدوده‌ی فرکانس‌های بالا باشد و یا نیرو به صورت لحظه‌ای وارد شود، مسئله نیازمند تحلیلی دینامیکی خواهد بود. مسائل دینامیکی معمولاً به دو دسته تقسیم‌بندی می‌شوند: مسئله‌ی انتشار موج حاصل از بارگذاری بسیار سریع که سبب ایجاد مودهایی در فرکانس‌های بالا می‌شود و مسئله‌ی انتشار موج حاصل از بارگذاری با نرخ بسیار آهسته که سبب ایجاد مودهایی با فرکانس‌های پایین می‌شود. جهت تعیین تاریخچه‌ی پاسخ^۱ مسائل دینامیکی، به طور کلی سه روش مورد استفاده قرار می‌گیرد: روش مودال^۲، روش انتگرال‌گیری ضمنی^۳ و روش انتگرال‌گیری صریح^۴. از دو روش نخست می‌توان به خوبی در تحلیل مسائل دینامیک سازه‌ای بهره برد، حال آن‌که روش انتگرال‌گیری صریح در

⁴ Explicit Direct Integration

⁵ ABAQUS

¹ Response History

² Modal Method

³ Implicit Direct Integration

کیلوهرتز انتخاب شده است. در این فرکانس، مطابق نمودارهای دیسپرژن، مدهای S_0 و A_0 در ورق مورد نظر انتشار می‌یابند. برای انتشار مود مورد نظر از روش تابش زاویه‌ای امواج استفاده شده است. با توجه به فرکانس موج ارسالی و ضخامت ورق، براساس سرعت گروه و طبق قانون اسنل، زاویه‌ی مورد نیاز جهت برانگیختن مود S_0 $27/63$ درجه می‌باشد. در شکل ۲، هندسه ورق و در جدول ۲ مختصات نقاط مورد نیاز جهت ایجاد منحنی SPLine، نشان داده شده است. در این شکل h ماکزیمم تغییرات ضخامت و برابر $0/5$ میلی‌متر و s نصف پهنای تغییرات ضخامت و برابر ۲ میلی‌متر می‌باشد. لازم به ذکر است که تغییرات ضخامت نسبت به محور y نشان داده شده در شکل متقارن می‌باشد. شکل ۳ کانتور جابجایی در ورق را در زمان‌های مختلف نشان می‌دهد. جهت بهبود نمایش جابجایی‌ها، فاکتور تغییر شکل 3×10^8 در نظر گرفته شده است.

برخلاف پراکندگی امواج الاستیک حجمی، پراکندگی امواج هدایت‌شده فقط شامل مدهای مشابه مود برخوردی نمی‌باشد، بلکه شامل تمامی مدهای ممکن است که در یک فرکانس مشخص ایجاد می‌شوند. مود S_0 تولید شده در ورق به تغییر ضخامت پله‌ای برخورد می‌کند و این تغییر ضخامت سبب پدیده‌ی پیچیده‌ی تبدیل مود در ورق می‌شود. در این حالت امواج بازتاب شده و عبوری با توجه به نمودارهای دیسپرژن، شامل مدهای S_0 و A_0 می‌باشد که دامنه‌ی آن‌ها با دامنه‌ی موج برخوردی متفاوت است. جهت بررسی این امواج، مرزی به طول مشخص L در نظر گرفته شده است به طوری که تغییر ضخامت در وسط آن قرار می‌گیرد و دامنه‌ی مدهای بازتاب شده و عبوری و همچنین ضرایب بازتاب و عبور^۱ در مرز مذکور محاسبه می‌گردد. ضریب بازتاب (R) برابر نسبت دامنه‌ی موج بازتابی به موج برخوردی در مرز a و ضریب عبور (T) برابر نسبت دامنه‌ی موج عبوری در مرز b به دامنه‌ی موج برخوردی در مرز a می‌باشد.

در رابطه‌ی (۳)، L_{min} کوچکترین بعد از کوچکترین المان مدل می‌باشد. این محدودیت بیانگر زمان حرکت موج طولی در طول المان است به طوری که در بازه‌ی زمانی تعیین شده، موج طولی نتواند مسیر بین دو گره را پشت سر بگذارد. فرکانس بیشینه‌ی موجود در مسائل دینامیکی (f_{max}) نیز به صورت همزمان سبب محدودیت در گام زمانی می‌شود. از این رو، گام مناسب زمانی جهت مدل‌سازی براساس فرکانس بیشینه، با استفاده از حداقل ۲۰ نقطه در طول هر دوره از فرکانس با استفاده از رابطه‌ی (۴) تعیین می‌شود؛

$$\Delta t = \frac{1}{20 \cdot f_{max}} \quad (4)$$

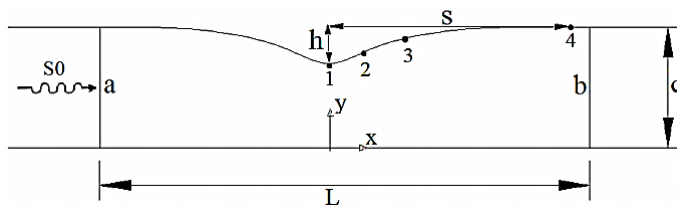
پس از محاسبه‌ی Δt از معادلات (۳) و (۴)، می‌بایست کوچکترین مقدار را به عنوان گام زمانی در نظر گرفت. در صورت نیاز به دقت بیشتر در محاسبات، می‌توان گام زمانی را از مقادیر حاصل از روابط فوق، کوچکتر در نظر گرفت [۱۰].

در این مقاله از المان دو بعدی کرنش صفحه‌ای (CPE4R) به منظور مدل‌سازی انتشار موج در ورق استفاده شده است. اندازه‌ی المان محدود (L_e)، از کوچکترین طول موج (λ_{min}) تولیدی در فرکانس مدل‌سازی به دست می‌آید. در مرجع [۱۱] پیشنهاد شده است که در هر طول موج، بیشتر از ده گره وجود داشته باشد اما در مرجع [۱۲] جهت افزایش دقت محاسبات، اندازه‌ی المان پیشنهاد شده مطابق رابطه‌ی (۵) می‌باشد؛

$$L_e = \frac{\lambda_{min}}{20} \quad (5)$$

به منظور مدل‌سازی پدیده سایه‌ساز از منحنی SPLine در ورقی آلومینیومی به ضخامت ۱ میلی‌متر استفاده شده است. فرکانس موج تحریک، جهت سادگی تحلیل و جلوگیری از ایجاد مدهای مختلف براساس منحنی‌های دیسپرژن، ۳۰۰

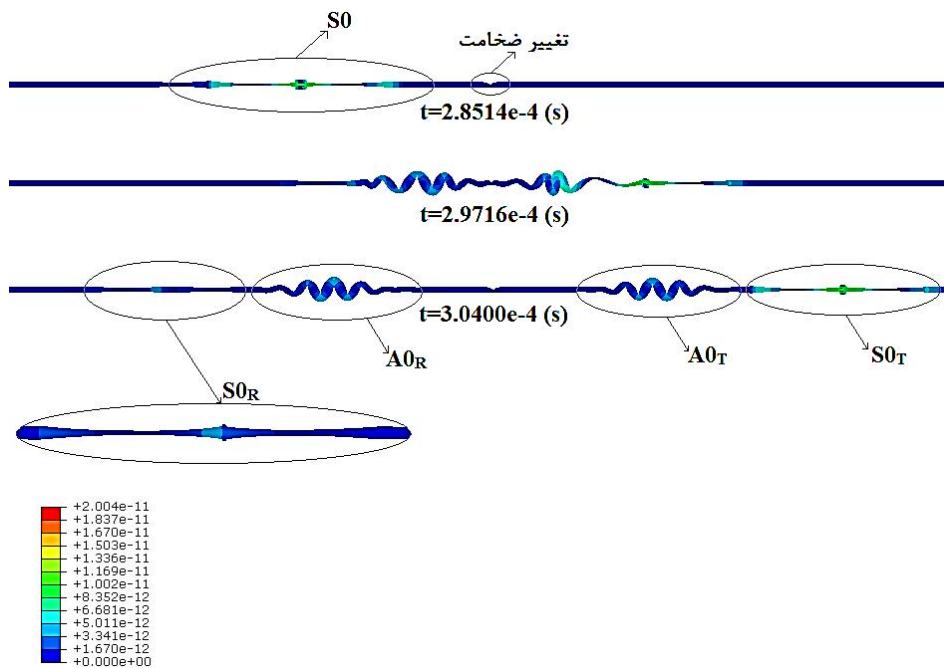
¹ Reflection and Transmission Coefficient



شکل ۲- ورق با ضخامت متغیر

جدول ۲- مختصات نقاط مورد استفاده در رسم منحنی SPLine در ورق با تغییر ضخامتی مشابه سایش

شماره نقاط	1	2	3	4
x	0	$\frac{3s}{20}$	$\frac{6s}{20}$	$\frac{11s}{20}$
y	$d - h$	$d - \frac{2h}{3}$	$d - \frac{h}{3}$	d



شکل ۳- کانتور جابجایی در ورق با ضخامت متغیر

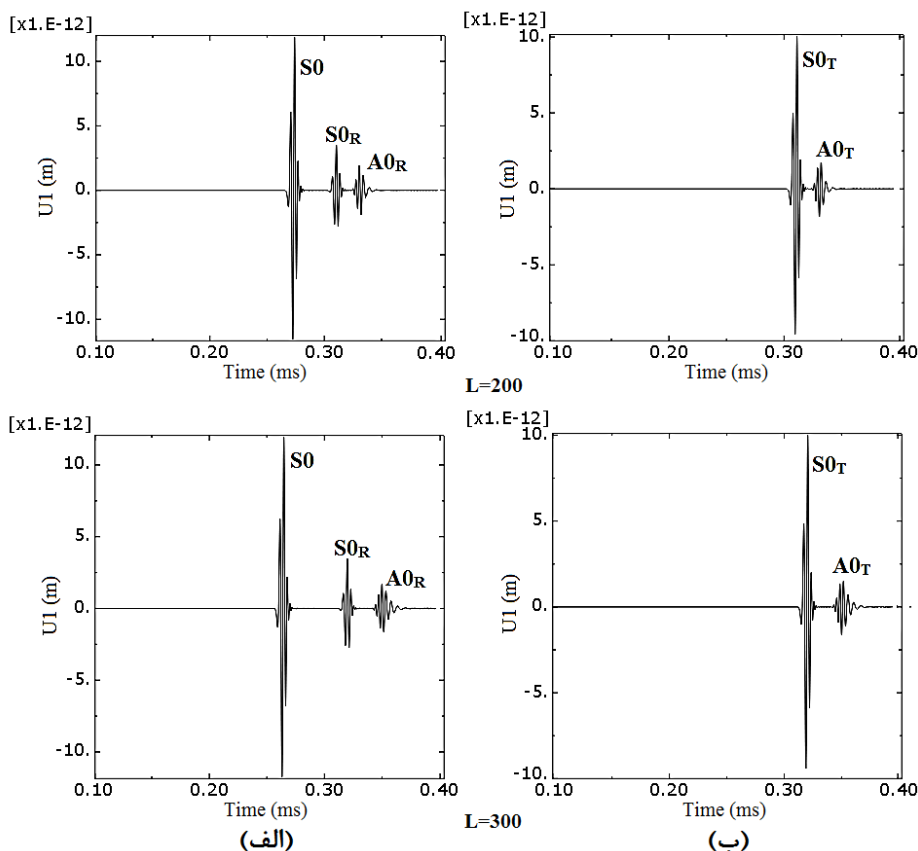
جدول ۳- مقایسه‌ی سرعت حرکت حاصل از مدل‌سازی مدهای انتشار یافته در ورق با ضخامت متغیر و $h=0.5 \text{ mm}$ با سرعت گروه

	S_0 برخوردی	S_0 بازتابی	A_0 بازتابی	S_0 عبوری	A_0 عبوری
سرعت مدل‌سازی	۵۳۹۷	۵۲۸۳	۲۷۸۳	۵۳۹۷	۲۷۸۳
سرعت تئوری	۵۳۶۹	۵۳۶۹	۲۸۵۷	۵۳۶۹	۲۸۵۷
درصد خطا	۰/۵۲	۰/۲۶	۲/۵۹	۰/۵۲	۲/۵۹

اندازه‌ی کافی بزرگ باشد تا مودها به خوبی از یکدیگر قابل تفکیک بوده و ضرایب محاسبه شده از دقت بیشتری برخوردار باشند. با استفاده از سیگنال‌های دریافتی، می‌توان مقادیر ضرایب عبور و بازتاب را محاسبه کرد. مقادیر این ضرایب در جدول ۴ ذکر شده است. مطابق این جدول ضریب عبور مود S_0 بیشترین مقدار را دارد در نتیجه قسمت اعظمی از انرژی موج برخوردی صرف عبور این مود می‌شود.

به منظور بررسی صحت مدل‌سازی صورت گرفته، مقایسه‌ی سرعت محاسبه شده با سرعت گروه در جدول ۳ ذکر شده است. واحد تمامی سرعت‌ها، متر برثانیه می‌باشد.

شکل ۴ نمودارهای جابجایی در راستای x (U_1) را به‌ازای مقادیر مختلف L نشان می‌دهد. مقدار L در دقت پاسخ به‌دست آمده بسیار مؤثر است بنابراین جهت اطمینان از صحت نتایج و همگرایی جواب‌ها، مقدار طول مرز L باید به



شکل ۴- نمودار جابجایی بر حسب زمان در ورق با ضخامت متغیر. (الف) نقاط قبل از تغییر ضخامت و (ب) نقاط بعد از تغییر ضخامت

جدول ۴- مقادیر ضرایب بازتاب و عبور در ورق با تغییر ضخامتی مشابه سایش و $h=0/\delta$ mm

ضریب بازتاب مد S_0	ضریب بازتاب مد A_0	ضریب عبور مد S_0	ضریب عبور مد A_0
۰/۲۹۵	۰/۱۶۴	۰/۸۴۶	۰/۱۴۷

منظور، در این قسمت تأثیر عمق سایش در پدیده‌ی انتشار امواج لمب با مدل‌سازی ورق‌هایی با مقادیر مختلف h بررسی شده است. فرکانس سیگنال ارسالی به داخل ورق ۳۰۰ کیلوهرتز و مقدار s برابر ۲ میلی‌متر می‌باشد. نتایج این بررسی در شکل ۵ نشان داده شد است. این شکل نمودار ضرایب عبور و بازتاب برحسب مقادیر مختلف در $L=200$ mm را نشان می‌دهد که در آن ضرایب عبور و

۳-۱- تأثیر عمق سایش در سیگنال دریافتی

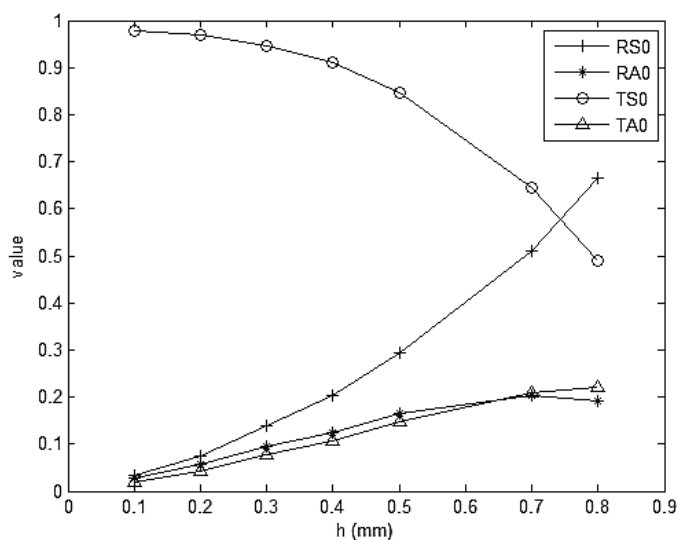
بررسی میزان تغییرات ضخامت موجود در خطوط لوله در روند تعمیر و نگهداری این تجهیزات، امری ضروریست که به‌منظور جلوگیری از حوادث غیرمترقبه احتمالی ناشی از کاهش ضخامت صورت می‌پذیرد. به‌این دلیل، تشخیص میزان تغییرات ضخامت در مراحل اولیه، حفظ ایمنی نیروی انسانی و تأسیسات را تضمین می‌نماید. بدین

منظور، در این قسمت به بررسی تأثیر فرکانس تحریک در بازتاب و عبور امواج لمب از تغییر ضخامت مشابه سایش با مقدار $h=0.5$ mm و $s=2$ mm در یک ورق آلومینیومی به ضخامت ۱ میلی‌متر می‌پردازیم. مقادیر ضرایب عبور و بازتاب برحسب فرکانس به‌ازای $L=300$ mm در شکل ۶ نشان داده شده است. مطابق با این شکل، مقادیر ضرایب عبور و بازتاب مود A_0 با افزایش فرکانس روندی تقریباً صعودی را دارند اما در بازه‌ی فرکانسی ۵۰۰ تا ۸۰۰ کیلوهرتز مقدار آن‌ها ثابت می‌ماند. مقدار ضریب عبور مود S_0 با افزایش فرکانس کاهش می‌یابد اما ضریب بازتاب این مود در بازه‌ی فرکانسی ۲۰۰ تا ۶۰۰ کیلوهرتز روند مشخصی ندارد و در بازه ۶۰۰ کیلوهرتز تا ۱ مگاهرتز مقدار آن ثابت می‌ماند. جهت بررسی صحت مدل‌سازی‌های انجام شده، مقایسه سرعت گروه و سرعت انتشار مدهای مختلف (برحسب متر) در جدول ۵ ذکر شده است.

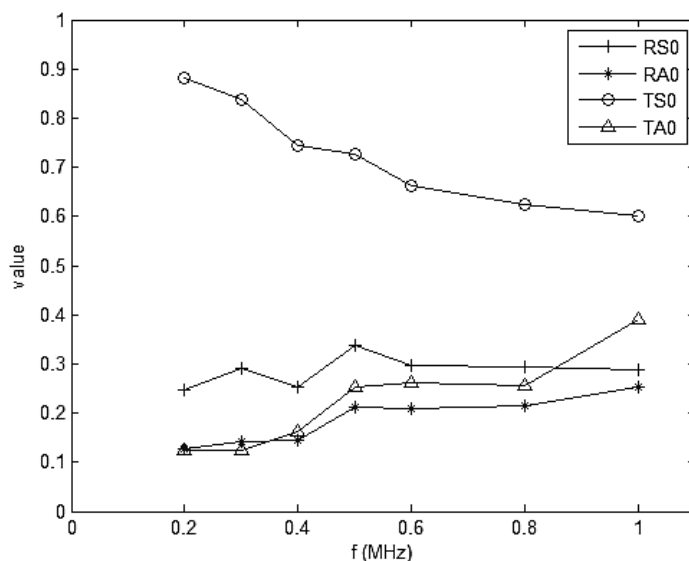
بازتاب به ترتیب با حروف T و R نمایش داده شده‌اند. مطابق این شکل، با افزایش عمق تغییرات ضخامت، ضریب عبور مود S_0 کاهش می‌یابد و هنگامی که ضخامت قسمتی از مقطع کمتر از 0.25 مقدار اولیه شود این ضریب از ضریب بازتاب مود S_0 کمتر می‌شود. ضریب عبور مود A_0 و ضریب بازتاب مود S_0 با افزایش عمق تغییرات ضخامت مشابه سایشه افزایش می‌یابند. ضریب بازتاب مود A_0 با افزایش عمق عیب تا 0.7 مقدار ضخامت اولیه، روندی صعودی را دارد اما پس از آن روندی نزولی پیدا می‌کند.

۳-۲- تأثیر فرکانس تحریک در سیگنال دریافتی

ماهیت دیسپرسیو امواج لمب سبب وابستگی سرعت انتشار مدهای مختلف آن به فرکانس و در نتیجه تغییر طول موج آن‌ها در فرکانس‌های مختلف می‌شود. این امر بر حساسیت مدهای امواج لمب در تشخیص عیوب تأثیر می‌گذارد. بدین



شکل ۵- نمودار ضرایب عبور و بازتاب برحسب مقادیر مختلف h در ورق با تغییر ضخامت مشابه سایش



شکل ۶- نمودار ضرایب عبور و بازتاب برحسب مقادیر مختلف f در ورق با ضخامت متغیر

جدول ۵- مقایسه‌ی سرعت حرکت حاصل از مدل‌سازی مدهای انتشار یافته در ورق با تغییر ضخامتی مشابه سایش با سرعت گروه

به‌ازای مقادیر مختلف f.

	f (kHz)	S_0 برخوردی	S_0 بازتابی	A_0 بازتابی	S_0 عبوری	A_0 عبوری
سرعت مدل‌سازی	۲۰۰	۵۳۸۷	۵۳۸۶	۲۷۱۴	۵۴۰۱	۲۷۲۵
سرعت تئوری		۵۳۸۳	۵۳۸۳	۲۷۷۳	۵۳۸۳	۲۷۷۳
درصد خطا		۰/۰۷	۰/۰۶	۲/۱۳	۰/۳۳	۱/۷۳
سرعت مدل‌سازی	۴۰۰	۵۳۷۷	۵۳۷۷	۲۹۷۳	۵۳۹۰	۲۹۱۱
سرعت تئوری		۵۳۴۸	۵۳۴۸	۲۹۴۷	۵۳۴۸	۲۹۴۷
درصد خطا		۰/۵۴	۰/۵۴	۰/۸۸	۰/۷۹	۱/۲۲
سرعت مدل‌سازی	۵۰۰	۵۳۷۱	۵۳۶۱	۲۹۴۹	۵۳۷۱	۲۹۳۵
سرعت تئوری		۵۳۲۲	۵۳۲۲	۳۰۱۴	۵۳۲۲	۳۰۱۴
درصد خطا		۰/۹۲	۰/۷۳	۲/۱۶	۰/۹۲	۲/۶۲
سرعت مدل‌سازی	۶۰۰	۵۳۶۴	۵۳۷۷	۲۹۸۸	۵۳۷۷	۲۹۷۲
سرعت تئوری		۵۲۹۰	۵۲۹۰	۳۰۶۷	۵۲۹۰	۳۰۶۷
درصد خطا		۱/۴۰	۱/۶۴	۲/۵۸	۱/۶۴	۳/۱۰
سرعت مدل‌سازی	۸۰۰	۵۲۶۴	۵۲۵۲	۳۰۳۳	۵۲۶۴	۳۰۶۲
سرعت تئوری		۵۲۰۰	۵۲۰۰	۳۱۲۲	۵۲۰۰	۳۱۲۲
درصد خطا		۱/۲۳	۱/۰۰	۲/۸۵	۱/۲۳	۱/۹۲
سرعت مدل‌سازی	۱۰۰۰	۵۰۴۴	۵۱۲۶	۳۰۷۵	۵۰۳۳	۳۰۶۵
سرعت تئوری		۵۰۶۸	۵۰۶۸	۳۱۴۵	۵۰۶۸	۳۱۴۵
درصد خطا		۰/۴۷	۱/۱۴	۲/۲۳	۰/۶۹	۲/۵۴

۴- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

همچنین بررسی تغییرات فرکانس سیگنال ارسالی به داخل ورق نشان می‌دهد که در برخی بازه‌های فرکانسی، مد S_0 ایجاد شده جهت برخورد با عیب، حساسیت بسیار کمی به تغییرات ضخامت دارد. بنابراین انتخاب فرکانس مناسب در بازرسی های انجام شده توسط امواج لمب گامی مهم در تشخیص وضعیت سازه می‌باشد.

سپاسگزاری: بدینوسیله از حمایت مالی معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه شهید چمران اهواز در قالب پژوهانه (GN 96/3/02/16670) در انجام این تحقیق تشکر و قدردانی می‌گردد.

در این مقاله ابتدا مرور مختصری بر تئوری امواج هدایت‌شده‌ی لمب صورت گرفت و پس از آن از مدل‌سازی اجزای محدود جهت بررسی پراکندگی امواج حاصل از تغییرات ضخامت در ورق‌ی از جنس آلومینیوم، استفاده شد. برخلاف پراکندگی امواج الاستیک حجمی، پراکندگی امواج هدایت‌شده فقط شامل مدهایی مشابه مود برخوردی نیست بلکه شامل تمامی مدهای ممکن است که در یک فرکانس مشخص در ورق مورد نظر انتشار می‌یابند. نتایج بررسی تأثیر تغییر عمق سایش بر سیگنال‌های عبوری و بازتابی حاکی از آن است که با استفاده از تکنیک امواج لمب می‌توان به‌خوبی تغییرات ضخامت یک قطعه را پایش نمود.

۵- مراجع

[۷] دریاپر، پ.، فرزین، م. و هنرور، ف.، ۱۳۹۲. "استخراج مدهای مختلف انتشار موج لمب در یک ورق آلومینیوم چسبیده شده به ورق کامپوزیت توسط اجزاء محدود و آزمایش"، مهندسی مکانیک مدرس، ۱۱(۱)، ص ۹۵-۱۰۶.

[8] Barshinger, J. N., Rose, J. L., 2002. "Ultrasonic guided wave propagation in pipes with viscoelastic coatings". *Quantitative Nondestructive Evaluation*, 615(1), pp. 239-246.

[9] SIMULIA, A., 2011. *ABAQUS Analysis User's Manual*. 6.12-1.

[10] Bartoli, I., di Scalea, F. L., Fateh, M., Viola, E., 2005. "Modeling guided wave propagation with application to the long-range defect detection in railroad tracks". *Ndt & E International*, 38(5), pp. 325-334.

[11] Alleyne, D., Cawley, P., 1991. "A two-dimensional Fourier transform method for the measurement of propagating multimode signals". *The Journal of the Acoustical Society of America*, 89(3), pp. 1159-1168.

[12] Moser, F., Jacobs, L. J., Qu, J., 1999. "Modeling elastic wave propagation in waveguides with the finite element method". *Ndt & E International*, 32(4), pp. 225-234.

[1] Rose, J. L., 2004. *Ultrasonic waves in solid media*. Cambridge university press.

[2] Viktorov, I. A., 1967. *Rayleigh and Lamb waves: physical theory and applications*. Plenum press, New York.

[3] Cho, Y., 2000. "Estimation of ultrasonic guided wave mode conversion in a plate with thickness variation". *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 47(3), May, pp. 591-603.

[4] Rose, J. L., Zhu, W., Cho, Y., 1998. "Boundary element modeling for guided wave reflection and transmission factor analyses in defect classification". In *Ultrasonics Symposium, Proceedings, 1998 IEEE* (Vol. 1, pp. 885-888).

[5] Pagneux, V., Maurel, A., 2006. "Lamb wave propagation in elastic waveguides with variable thickness". In *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 462(2068), April, pp. 1315-1339.

[6] Malladi, R., Dabak, A., Murthy, N. K., 2014. "Modelling ultrasound guided wave propagation for plate thickness measurement". In *SPIE Smart Structures and Materials+ Nondestructive Evaluation and Health Monitoring*, March, pp. 90630Q-90630Q.